Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University

CNH2B4 / KOMPUTASI NUMERIK

TIM DOSEN

KK MODELING AND COMPUTATIONAL EXPERIMENT

8 PENGINTEGRALAN NUMERIK

FUNGSI TERINTEGRASI

Fungsi-fungsi yang dapat diintegrasikan :

1. Fungsi kontinu yang sederhana
2. Fungsi kontinu yang rumit
3. Fungsi yang ditabulasikan

METODE INTEGRASI

1. Metode Pias
   - Kaidah Segiempat
   - Kaidah Trapesium
   - Kaidah Titik tengah
2. Metode Newton-Cotes
   - Kaidah Trapesium
   - Kaidah Simpson 1/3
   - Kaidah Simpson 3/8

METODE PIAS (1)

1. Kaidah segiempat

satu segmen :

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h\left[\,f(x_0)\right]$$

Seluruh segmen :

$$\int_a^b f(x)\,dx = h\left(\sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1})\right)$$

Galat: $$E_{Tot} = \frac{h}{2}(b-a)\,f'(t)$$ dengan a < t < b

METODE PIAS (2)

2. Kaidah Trapesium

Satu segmen :

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + f(x_1) \right]$$

Seluruh segmen :

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}\left(f_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n \right)$$

Galat : $E_{tot} = \frac{h^2}{12}(b-a)\,f''(t)$ dengan $a < t < b$

Contoh (1)
Kaidah Trapesium

Aproksimasi nilai integral 3x^2 dari x=0 sampai x = 2.

```
-------------------------------
 i      x_i          f(x_i)
-------------------------------
 0    0.000000      0.000000
 1    0.166667      0.083333
 2    0.333333      0.333333
 3    0.500000      0.750000

10    1.666667      8.333333
11    1.833333     10.083333
12    2.000000     12.000000
--------------------------------
Metode Trapesium --> hasil integral =   8.027778
```

Contoh (2)
Kaidah Trapesium

Aproksimasi nilai integral x*exp(x) dari x=0 sampai x = 1.

```
--------------------------------
 i      x_i            f(x_i)
--------------------------------
 0     0.000000       0.000000
 1     0.083333       0.090575
 2     0.166667       0.196893
 3     0.250000       0.321006

10     0.833333       1.917480
11     0.916667       2.292528
12     1.000000       2.718282
---------------------------------
Metode Trapesium --> hasil integral =   1.002567
```

METODE PIAS (3)

3. Kaidah Titik Tengah

Satu segmen :

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h\ f\left(x_0 + h/2\right) = h\ f\left(x_{1/2}\right)$$

Seluruh segmen :

$$\int_{a}^{b} f(x)\,dx = h\left(f_{1/2} + f_{3/2} + .. + f_{n-1/2}\right) \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_{i+1/2}$$

Galat: $E_{tot} = \dfrac{h^2}{24}(b-a)f''(t)$ dengan a < t <b

CONTOH KASUS (1) METODE TITIK TENGAH

Aproksimasi nilai integral 3x^2 dari x=0 sampai x = 2.

```
---------------------------------
 i       x_i          f(x_i)
---------------------------------
0.0    0.000000     0.000000
0.5    0.083333     0.020833
1.5    0.250000     0.187500
2.5    0.416667     0.520833
3.5    0.583333     1.020833

10.5    1.750000     9.187500
11.5    1.916667    11.020833
12.0    2.000000    12.000000
----------------------------------
Metode Titik Tengah --> hasil integral =   7.986111
```

CONTOH KASUS (2) METODE TITIK TENGAH

Aproksimasi nilai integral x*exp(x) dari x=0 sampai x = 1.

```
--------------------------------
 i        x_i             f(x_i)
--------------------------------
0.0     0.000000      0.000000
0.5     0.041667      0.043439
1.5     0.125000      0.141644
2.5     0.208333      0.256588

10.5     0.875000      2.099016
11.5     0.958333      2.498708
12.0     1.000000      2.718282
---------------------------------
Metode Titik Tengah --> hasil integral =   0.998717
```

METODE NEWTON-COTES (1)

1. Kaidah Trapesium

Bentuk :

$$p_1(x) = f(x_0) + x\frac{\Delta f(x_o)}{h} = f_0 + x\frac{\Delta f_o}{h}$$

Seluruh segmen :

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\left(f_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n \right)$$

Galat : $E_{tot} = \frac{h^2}{12}(b-a)f''(t)$ dengan a < t < b

METODE NEWTON-COTES (2)

2. Kaidah Simpson 1/3

Bentuk :

$$p_2(x) = f(x_0) + x\frac{\Delta f(x_o)}{h} + x(x-h)\frac{\Delta^2 f(x_o)}{2!h^2} = f_0 + x\frac{\Delta f_o}{h} + x(x-h)\frac{\Delta^2 f_0}{2!h^2}$$

Dua segmen :

$$\int_0^{2h} f(x)dx = \frac{h}{3}\left(f_0 + 4f_1 + f_2\right)$$

Seluruh segmen :

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left(f_0 + 4\sum_{i=1,3,5,\ldots}^{n-1} f_i + 2\sum_{i=2,4,6,\ldots}^{n-2} f_i + f_n\right)$$

Galat : $E_{tot} = \frac{h^4}{180}(b-a)f^{(4)}(t)$ dengan a < t < b

CONTOH KASUS (1) METODE SIMPSON 1/3

Aproksimasi nilai integral 3x^2 dari x=0 sampai x = 2.

```
-----------------------------------
 i       x_i           f(x_i)
-----------------------------------
 0     0.000000       0.000000
 1     0.166667       0.083333
 2     0.333333       0.333333
 3     0.500000       0.750000

10     1.666667       8.333333
11     1.833333      10.083333
12     2.000000      12.000000
------------------------------------
Metode Simpson 1/3 --> hasil integral =   8.000000
```

CONTOH KASUS (2) METODE SIMPSON 1/3

Aproksimasi nilai integral x*exp(x) dari x=0 sampai x = 1.

```
------------------------------
 i        x_i           f(x_i)
------------------------------
 0     0.000000       0.000000
 1     0.083333       0.090575
 2     0.166667       0.196893
 3     0.250000       0.321006

10     0.833333       1.917480
11     0.916667       2.292528
12     1.000000       2.718282
------------------------------
Metode Simpson 1/3 --> hasil integral =    1.000002
```

METODE NEWTON-COTES (3)

3. Kaidah Simpson 3/8

Bentuk :

$$p_3(x) = f_0 + x\frac{\Delta f_o}{h} + x(x-h)\frac{\Delta^2 f_0}{2!h^2} + x(x-h)(x-2h)\frac{\Delta^3 f_0}{3!h^3}$$

Tiga segmen :

$$\int_0^{3h} f(x)dx = \frac{3h}{8}\left(f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3\right)$$

Seluruh segmen :

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{3h}{8}\left(f_0 + 3\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 3,6,9,\ldots}}^{n-1} f_i + 2\sum_{i=3,6,9,\ldots}^{n-3} f_i + f_n \right)$$

Galat : $E_{tot} = \frac{h^4}{80}(b-a)f^{(4)}(t)$ dengan a < t < b

CONTOH KASUS (1) METODE SIMPSON 3/8

Aproksimasi nilai integral 3x^2 dari x=0 sampai x = 2.

```
----------------------------------
 i       x_i          f(x_i)
----------------------------------
 0     0.000000       0.000000
 1     0.166667       0.083333
 2     0.333333       0.333333
 3     0.500000       0.750000

10     1.666667       8.333333
11     1.833333      10.083333
12     2.000000      12.000000
---------------------------------
Metode Simpson 3/8 --> hasil integral =   8.000000
```

CONTOH KASUS (2) METODE SIMPSON 3/8

Aproksimasi nilai integral x*exp(x) dari x=0 sampai x = 1.

```
--------------------------------
 i       x_i           f(x_i)
--------------------------------
 0     0.000000       0.000000
 1     0.083333       0.090575
 2     0.166667       0.196893
 3     0.250000       0.321006

10     0.833333       1.917480
11     0.916667       2.292528
12     1.000000       2.718282
---------------------------------
Metode Simpson 3/8 --> hasil integral =   1.000005
```

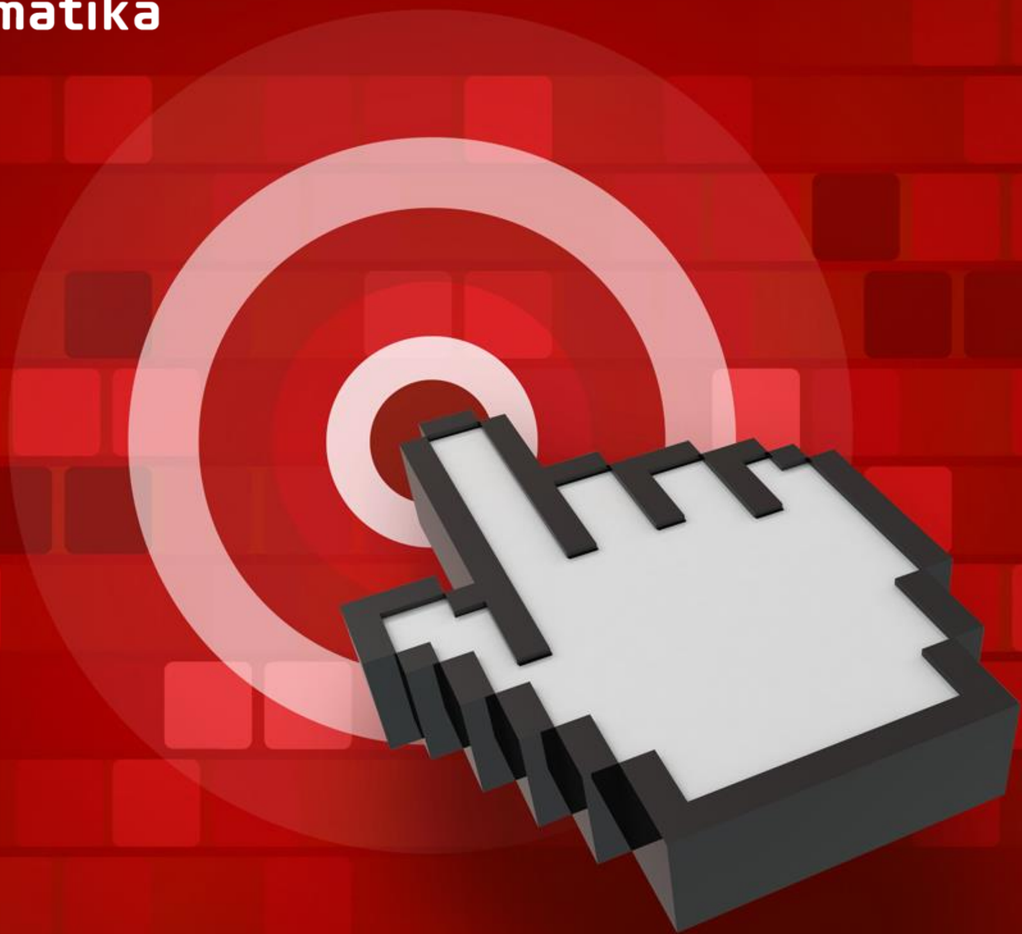
CONTOH KASUS (2) METODE SIMPSON 3/8

Aproksimasi nilai integral x*exp(x) dari x=0 sampai x = 1.

```
--------------------------------------
 i        x_i          f(x_i)
--------------------------------------
 0     0.000000      0.000000
 1     0.083333      0.090575
 2     0.166667      0.196893
 3     0.250000      0.321006

10     0.833333      1.917480
11     0.916667      2.292528
12     1.000000      2.718282
---------------------------------------
Metode Simpson 3/8 --> hasil integral =    1.000005
```

Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University



THANK YOU